マハラノビス距離による制御対象の熱容量推定手法

鈴木 新， 杉本 謙二

1 はじめに

人間生活において調理は時間や手間が必要とされる作業である．このような調理作業を人間に代わって行う家庭電化製品として調理機器があり，バイメタル制御による簡単な構造のものからマイコンが搭載された高機能なものまで様々な品種が存在している．調理機器の中で高機能なものは，数種類の調理法の中から好みのものを選択できたり，調理対象の容量や種類によって最適な調理フローを選択できたりするものがある．これらの機能を活かすためには，調理材料の容量を正しく推定し，その熱容量にあった調理フローによって調理が行わなければならない．例えば炊飯器では加水した米の容量を推定し，その容量に適した予熱や蒸らしを行うことで，米がおいしいご飯へと炊き上がるように調理しており，容量の推定がいかに重要であるかが分かる．

しかし，調理機器はコストや構造，開発期間など制約が多く消費者における使用環境が多岐に渡るため，調理材料の熱容量を正しく推定することは困難な問題である．特にコストは調理機器の生産数量が多いこともあり，僅かな増加でも大きな影響がある．また開発期間は，消費者からの要求によってモデルチェンジが頻繁になり，さらに短縮される傾向にある．開発期間の短縮は，製品の検証不足を引き起こす原因にもなっており，調理機器でも容量の推定に使用される選択テーブルの検証が不十分であるために品質問題なども発生している．容量の推定に用いる選択テーブルは，数々の実験と経験に基づいて作成されているために熟練者が行う必要があり，限られた開発期間の中では十分に行えず過去の選択テーブルをそのまま利用しているのが現実である．このような制約の影響を受けない方法として，元々設置されているセンサからの情報を利用することで，ハードウェアの変更無しにソフトウェアによって対策でき，さらに経験をもとに作成される選択テーブルではない定量的な推定手法があれば効果が大きい．

そこで，多変量解析の一つである MT（マハラノビス・タグチ）システム [1, 2] を利用した熱容量同定手法を提案する．MT システムは多次元の情報（ベクトル）をマハラノビス距離（スカラー）に縮約する手法であり，基準とする単位空間からの距離によって基準との一致度を計る手法である．基本的には多変量解析における判別分析と類似しており，表情認識などのパターンマッチング [3]，工業製品における検査 [4]，病気や生産機械などの診断 [5] や類似の手法がソフトウェアテスト [6] などにも適用されて成果をあげている．

本研究では，最小容量の調理データをもとに単位空間を作成し，調理材料の容量増加と比例してマハラノビス距離が増加する関係を仮定し，マハラノビス距離から調理材料の熱容量を逆算する手法を提案する．熱容量同定は制御対象の負荷変動を推定することであり，システム同定の一種として考えられるが，本研究の方法は出力データを直接空間として扱うため，入力信号が十分に豊かであるというシステム同定で必要とされる仮定 [7] を満たさなくても適用ができるので，実用上有効であると考える．

2　MT システム

MT システムとは，判別分析における多変量外れ値検出と類似の手法であり，単位空間を均質な対象の計測項目から作成し，単位空間に属さない個体の計測項目を利用してマハラノビス距離が大きくなるように計測項目を選択する手法である．計測項目の選択には，直交表と SN 比を用いる方法が一般的に用いられる．以下，具体的な手順について説明する．

1. 最も基本となる均質な対象から J 個の計測項目を選択し，それらを I サンプル数集め，単位空間を作成する（$I \geq J$）．データ行列は，

$$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1J} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{I1} & Z_{I2} & \cdots & Z_{IJ} \end{matrix} \tag{1}$$

と表される．ここで Z_{ij} は計測項目で，$i = 1, \cdots, I$，$j = 1, \cdots, J$ とする．

2. 単位空間のデータから計測項目ごとに平均値 m_j と標準偏差 σ_j を求め，基準化された計測項目 z_{ij} を，

$$z_{ij} = \frac{Z_{ij} - m_j}{\sigma_j}, \tag{2}$$

によって算出する．基準化されたデータ行列は，

$$\begin{matrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1J} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{I1} & z_{I2} & \cdots & z_{IJ} \end{matrix} \tag{3}$$

と表され，行ベクトルを $\mathbf{zc_i} = (z_{i1} z_{i2} \cdots z_{iJ})$，列ベクトルを $\mathbf{zr_j} = (z_{1j} z_{2j} \cdots z_{Ij})^T$ と表す．これらを利用して，相関行列 $\mathbf{R}$ を，

$$\mathbf{R} = \frac{1}{I} \begin{bmatrix} \mathbf{zr_1} * \mathbf{zr_1^T} & \mathbf{zr_1} * \mathbf{zr_2^T} & \cdots & \mathbf{zr_1} * \mathbf{zr_J^T} \\ \mathbf{zr_2} * \mathbf{zr_1^T} & \mathbf{zr_2} * \mathbf{zr_2^T} & \cdots & \mathbf{zr_2} * \mathbf{zr_J^T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{zr_J} * \mathbf{zr_1^T} & \mathbf{zr_J} * \mathbf{zr_2^T} & \cdots & \mathbf{zr_J} * \mathbf{zr_J^T} \end{bmatrix} \tag{4}$$

によって求め，その逆行列を $\mathbf{A} = \mathbf{R^{-1}}$ とする．

3. マハラノビス距離 D は，ある対象から得られた計測項目の基準化データベクトル $\mathbf{zc}$ と $\mathbf{A}$ から，

$$D = \frac{1}{J} \mathbf{zc} * \mathbf{A} * \mathbf{zc^T}, \tag{5}$$

で得られる．

表 1: L12 直交表

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
L_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
L_2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
L_3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
L_4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
L_5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
L_6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
L_7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
L_8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
L_9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
L_{10}	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
L_{11}	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
L_{12}	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

4. 単位空間に属さない個体からも同様に計測項目を集め，SN 比をもとに項目選択を行う．ここでは，L12 直交表 (表 1) をもとに説明する．例えば L_2 行では，計測項目 A から E が第 1 水準，計測項目 F から K が第 2 水準となっている．第 1 水準の場合その計測項目を “有り”，第 2 水準の場合その計測項目を “無し” として，マハラノビス距離を求める．ここで，単位空間に属さない個体のサンプル数を N とし，これらの計測項目以外の計量可能な変数を M とすると，

$$\sqrt{D_n} = \beta M_n, \tag{6}$$

という比例関係を想定することが出来る．ただし $n = 1, \cdots, N$ であり，変数 M とは本研究では調理材料の容量を指す．得られた D_n と M_n から β を最小 2 乗法によって推定し，推定された比例関係に一致するように計測項目を選択していく．これらの計算の詳細については文献 [1, 8] を参照．

3 適用方法

3.1 従来の方法

本研究で対象としている調理機器は，加熱によって調理を行う．このような調理機器は，一般的に鍋と蓋にヒータとセンサを設置している．鍋のヒータは主に調理材料を加熱するために用い，蓋のヒータは主に調理材料から出る蒸気が蓋で水滴となって滴下することにより，調理材料を濡らすことを防ぐために用いられる．参考として，調理機器の構造を図 1 に示す．

このような調理機器において，従来の熱容量の推定方法を説明する．設定された温度 T_0 [℃] において，鍋のヒータへ最大出力を印加して加熱を開始する．加熱開始時点から t [s] 経過した時の温度 T_1 [℃] から $deg = T_1 - T_0$ を求め，あらかじめ実験によって求められた選択テーブルをもとに deg がどの容量に一致するのかを判断する “if-ten” ルール型

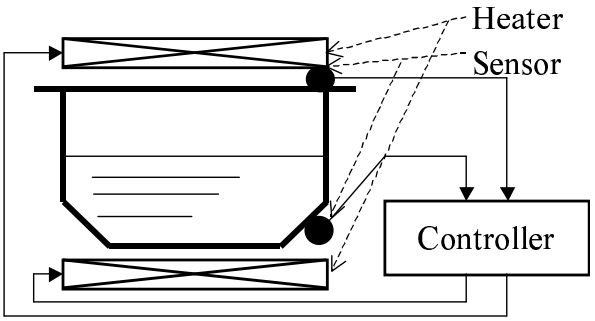

図 1: 調理機器の構造．

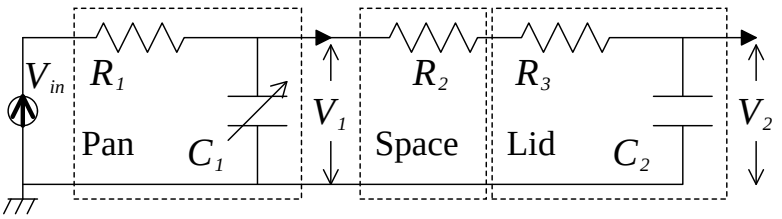

図 2: 調理機器の電気回路モデル．

が従来の熱容量の推定方法であった．このように従来の方法では一つの変数データだけで容量を推定するために，外気温の変化などの外乱の影響を受けやすく精度が低かった．また，選択テーブルも経験や勘による試行錯誤のプロセスによって作成されており，定量化された手法が望まれている．

そこで，本研究の提案手法は動的な多変数を扱い，さらにこれらの信号の評価に MT システムを適用する．以下 3.2 章にて，提案手法と適用方法について説明する．

3.2 提案手法の適用方法

本章では，提案手法の適用方法について説明する．本研究の目的は，調理材料の熱容量を同定することである．そのため最小容量を単位空間として，その単位空間からの離れ具合，つまり最小容量に対しての容量の大きさをマハラノビス距離によって推定する．単位空間は熱容量の大きさを判定する際の基準単位となるために，その作成は非常に重要な作業である．本研究では，最小調理容量を加熱したときの応答である鍋センサ出力と蓋センサ出力の時系列データを用いて単位空間を作成しており，これは制御対象である調理材料容量の変化に伴うダイナミクスの変化を鍋センサと蓋センサの相関から熱容量を判定するためのものさしとなっている．

単位空間の作成に用いる計測項目の説明のため，熱抵抗を抵抗器，熱容量をコンデンサ，温度を電圧 [9] と置き換えることで図 1 の調理機器の電気回路モデル (図 2) を導入する．ここで V_{in} は鍋ヒータからの入熱温度，R_1 ，C_1 は鍋と調理材料の熱抵抗と熱容量，V_1 は鍋センサの温度出力，R_2 は調理材料から蓋への熱抵抗，V_2 は蓋センサの温度出力，R_3 ，C_2 は蓋の熱抵抗と熱容量を表す．この電気回路モデルより，鍋センサ出力 V_1 と蓋センサ

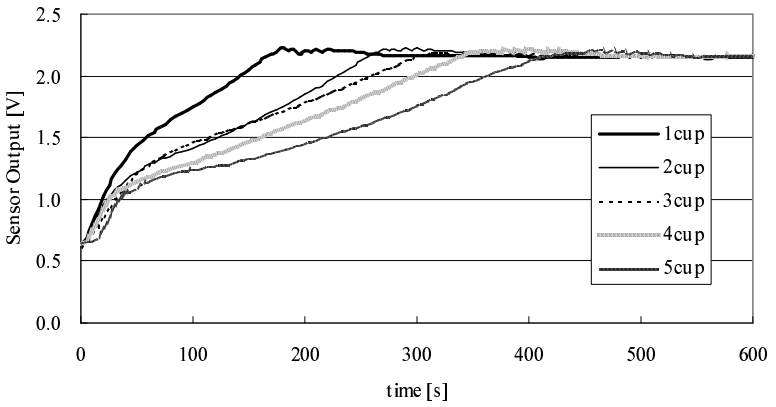

図 3: 鍋センサ出力波形 (容量による比較) .

出力 V_2 は ,

$$V_1 = \frac{1}{R_1C_1s+1}V_{in}. \tag{7}$$

$$V_2 = \frac{1}{(R_2+R_3)C_2s+1}V_1,$$

$$= \frac{1}{(R_2+R_3)C_2s+1}\frac{1}{R_1C_1s+1}V_{in}, \tag{8}$$

と表すことが出来る . それぞれについて補足すると , 鍋センサ出力 V_1 は調理材料の熱容量 C_1 の増減によって変化し , 蓋センサ出力 V_2 も V_1 を入力とするために調理材料の熱容量 C_1 の増減によって変化することが分かる . また , 時定数は熱抵抗と熱容量の積で表されるが , 正確な時定数を求めることは , 熱システム特有の非線形性やむだ時間 [10] , さらには電気回路モデルにおいてグランドラインの変化を表す外気温の変化など [11] , 様々な要因が複雑に関係するために困難となる .

そこで , 調理材料の熱容量が変化した場合 , 出力波形がどのように変化するのかを確認するために , 1 cup から 5 cup までの容量において室温から目標温度まで制御するときの温度出力応答を計測する実験を行った . 実験条件は加熱開始点を 0 [s] として 600 [s] まで , 鍋ヒータのみを使って目標温度を維持したときの鍋センサ出力と蓋センサ出力を計測した . なお 600 [s] まででは , 蓋から水滴の滴下がないために蓋ヒータを使用せずに鍋ヒータのみを使用している . 実験によって得られた鍋センサの出力波形を図 3 に , 蓋センサの出力波形を図 4 にそれぞれ示す . 図 3 では調理材料の容量の増加 , つまり熱容量の増加が目標値への到達時間を遅らせていることを良く表していて , 電気回路モデルによる解析結果とも一致している . しかし , 図 4 では温度上昇の立ち上がりに若干違いがあることは分かるが , 調理材料の容量の影響より室温の影響が強く明確な違いが分かりにくい .

そこで , 蓋センサの出力波形データに何らかの処理を加えることを考える . 蓋センサの出力は電気回路モデル (8) 式から分かるように , 入力信号が調理材料からの入熱 V_1 であるために鍋ヒータに対して遅れが大きく , 出力が現れるまでに時間が掛かるために加熱開始 0 [s] 時点での外気温の違いが応答出力より影響が大きいことが分かる . 調理材料からの入熱を受けるまでの時間はむだ時間に相当するので , むだ時間を削除した出力波形に

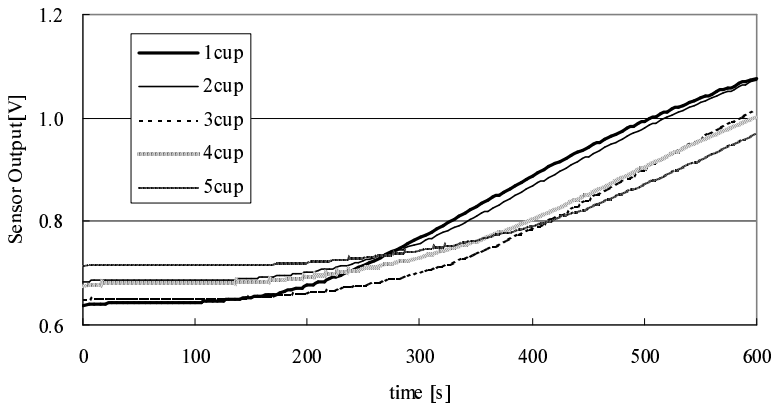

図 4: 蓋センサ出力波形（容量による比較）.

よって評価できれば良い．しかし蓋センサの出力波形データは非常に応答が遅く，最終値へ到達するまでには水滴の滴下が発生し，製品として許容できる以上の時間が必要となる．さらに外気温が低温側に変化した場合にはグランドラインが低位に変化するために，調理材料の容量が増加した場合と同じように目標値への到達を遅らせるような波形となるために，一般的な方法でむだ時間を求めることが難しい．しかし，電気回路モデル（8）式より，蓋の伝達特性は調理材料の容量に影響しないことが分かるので，容量が変化しても鍋センサ出力が目標値へ到達した後は同じ波形となることが推測できる．実際には，電気回路モデル（7）式と図 3 から分かるように，鍋センサ出力が目標値へ到達する時間は容量によって変化するため，最小容量の鍋センサ出力が目標値へ到達した時間（サンプリング l の時点）を蓋センサ出力の応答開始時間として，その時の蓋センサ出力からの相対出力を出力波形とし，この変形によって得られた応答波形のデータベクトルを，

$$\mathbf{v2_m} = (V2_m(l), V2_m(l+1), \cdots, V2_m(600)),$$

と表す．ここで m は調理材料の容量，つまり cup 数を表す．この変形によって得られた $\mathbf{v2_m}$ の出力波形を図 5 に示す．図 4 に比べて，容量による違いが明確に分かるようになった．

このような処理によって容量による差異がある程度明確に得られたが，出力波形のままでは差異の認識が可能となっただけで定量化することは出来ない．そこで，これらの出力波形から調理容量による差異を際立たせることで，計測項目の選択が容易に行えるように次のような変形を加える．単位空間である 1 cup の鍋センサ応答波形データベクトルを

$$\mathbf{v1_1} = (V1_1(0), V1_1(1), \cdots, V1_1(600)),$$

とすると，m cup では，

$$\mathbf{v1_m} = (V1_m(0), V1_m(1), \cdots, V1_m(600)),$$

と表すことが出来る．単位空間である 1 cup が基準となるので，それを考慮して m cup における相対温度出力のデータベクトル $\mathbf{x1_m}$ を，

$$\mathbf{x1_m} \quad = \quad \mathbf{v1_1} - \mathbf{v1_m}, \tag{9}$$

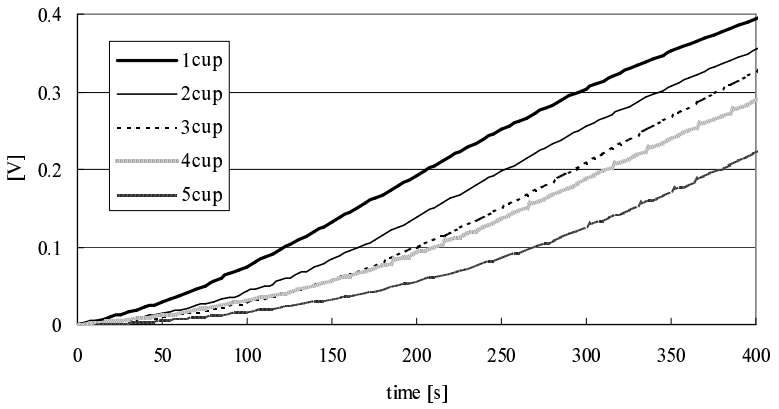

図 5: 開始点変更後の蓋センサの出力波形（容量による比較）．

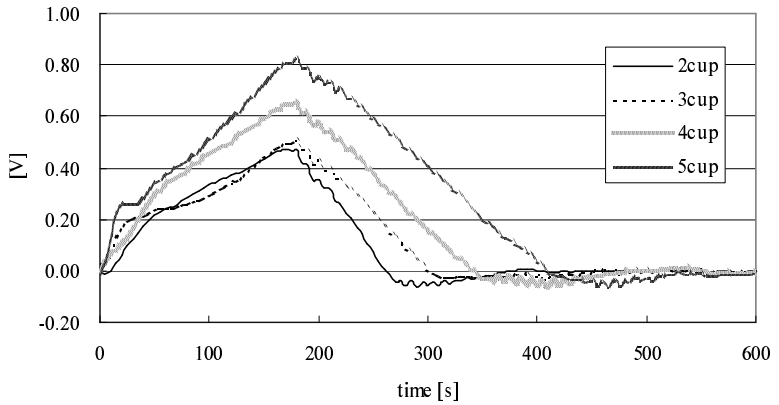

図 6: 鍋センサの相対出力波形（1 cup 基準時）．

とする．蓋センサについては前述の処理を加えた 1 cup の応答波形データベクトルを，

$$\mathbf{v2_1} = (V2_1(l), V2_1(l+1), \cdots, V2_1(600)),$$

とし，m cup では，

$$\mathbf{v2_m} = (V2_m(l), V2_m(l+1), \cdots, V2_m(600)),$$

と表すと，m cup における相対温度出力のデータベクトルを $\mathbf{x2_m}$ は，

$$\mathbf{x2_m} \quad = \quad \mathbf{v2_1} - \mathbf{v2_m}, \tag{10}$$

と表すことが出来る．このようにして得た相対温度出力データベクトル $\mathbf{x1_m}$ と $\mathbf{x2_m}$ の時系列波形を図 6 と図 7 にそれぞれ示す． これらの図において $m = 1, 2, 3, 4, 5$ であり，データベクトル $\mathbf{x1_1}$ と $\mathbf{x2_1}$ はすべての成分が 0 のベクトルとなる．

図 6 の鍋センサ出力では，単位空間データを基準とした相対温度出力データベクトルを作成することで，電気回路モデルによる解析とも一致した結果が得られた．相対出力の

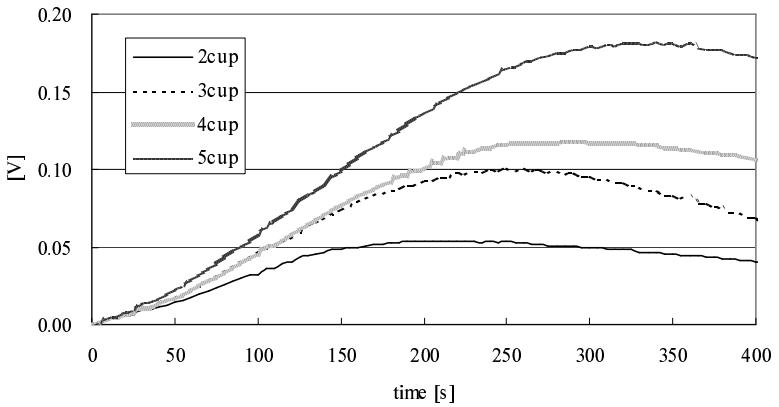

図 7: 蓋センサの相対出力波形 (1 cup 基準時) .

ピークは単位空間である 1 cup が目標値に到達したことを表しており，2 cup，3 cup と順に相対出力が 0 に近づいていく様子が分かる．よって鍋センサにおける計測項目は，相対出力のピークより少し前のサンプリングデータから最大容量である 5 cup の相対出力が 0 に近づくまでのサンプリングデータとして設定することにより，容量による差異が表れやすい．

図 7 の蓋センサ出力では，開始点を変更した応答波形データベクトルの単位空間データを基準とした相対温度出力データベクトルを作成することで，鍋センサの場合と同様に電気回路モデルによる解析と一致した結果が得られた．それぞれの容量における相対出力のピークは，それぞれの容量での鍋センサが目標値へ到達した時点から蓋の時定数遅れたサンプリング位置を表しており，非常にゆっくりではあるが相対出力が 0 に近づいていく様子が分かる．よって蓋センサにおける計測項目は，2 cup の相対出力のピーク付近のサンプリングデータから最大容量である 5 cup の相対出力のピーク付近のサンプリングデータとして設定することにより，容量による差異が表れやすい．

提案手法は，電気回路モデル (9，10) 式と簡単な実験 (図 3，4，5，6，7) をもとにして計測項目を設定している．本研究の対象のように正確な数学モデルを記述することが困難な対象に対して，簡単な実験から適当な計測項目を選択することを特徴しており，ここで選んだ計測項目は，後に 2 章で説明した直交表による計測項目選択を行うことで，目的に一致した最適な計測項目となる．つまり，簡単な実験から選択された計測項目が基準モデルとなる単位空間として，妥当であるか否かを直交表による計測項目選択によって確認することになる．

4　実験結果

図 1 の調理機器を用いて，容量同定実験を行った．今回の実験では，1 cup に相当する 350 [g] の水の温度出力を 30 通りの条件によって計測し，3.2 章で取り上げた計測項目から単位空間を作成した．計測項目は鍋センサ出力と蓋センサ出力をあわせて 9 個とした．これらの計測項目の一例を表 2 に示す．また単位空間の計測項目のデータを評価するために，項目選択による最適化前の 30 通りのデータのヒストグラムを求めた．図 8 にヒスト

表 2: 計測項目の例．

	Item 1	Item 2	···	Item 8	Item 9
Condition 1	-0.743	-0.538	···	0.065	0.097
Condition 2	-0.750	-0.555	···	0.061	0.094
Condition 3	-0.982	-0.580	···	0.049	0.077
⋮	⋮	⋮	···	⋮	⋮
Condition 29	-0.712	-0.522	···	0.070	0.104
Condition 30	-0.742	-0.490	···	0.063	0.097

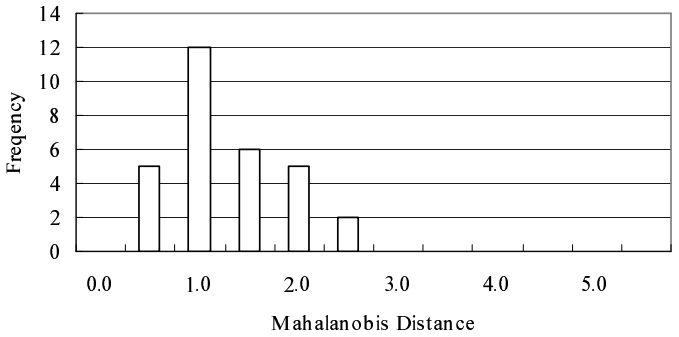

図 8: 最適化前の単位空間のヒストグラム（データ数 30）．

グラムを示す．このヒストグラムから分かるように，単位空間のデータには多少の幅はあるものの 1.0 をピークとした F 分布に近い形状をしており，MT システムの定義と一致している．

次に項目選択による最適化を行うために，単位空間に属していない個体から計測項目を求める．2 章で取り上げた計測項目以外の計量可能な変数 M を調理材料の容量として，2 cup (700 [g])，3 cup (1050 [g])，4 cup (1400 [g])，5 cup (1750 [g]) をそれぞれ変数 M_1，M_2，M_3，M_4 とした．すべての変数のマハラノビス距離を求めて，L12 直交表 (表 1) に割り付けた計測項目をもとに SN 比を求める．L_1 行はすべてが水準 1 のため，すべての計測項目を使用する．L_2 行では計測項目 A から E が水準 1，計測項目 F から H が水準 2 であるため，計測項目 A から E を使用してマハラノビス距離を求める．以下 L_3 行から L_{12} 行まで同様にマハラノビス距離を求め，M と D の比例関係をもとに SN 比を算出する．

算出された SN 比をグラフ化したものを要因効果図と呼び，図 9 に示す．要因効果図において左側が第 1 水準であり，左上がりの要因 (計測項目) がその計測項目を用いたほうが SN 比が高いことを表している．この結果，本研究の用いたほうが良い計測項目は B，C，F，G，H となっている．これらの計測項目は，鍋センサ出力と蓋センサ出力ともに相対出力のピーク付近が良いという結果を示しており，図 6 と図 7 による計測項目の選択が妥当であったことも分かる．

要因効果図の結果から最適化を行った後の単位空間の 30 通りのデータのヒストグラム

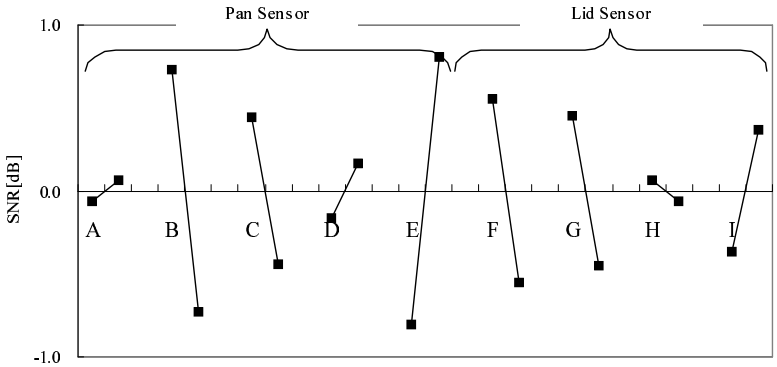

図 9: 要因効果図．

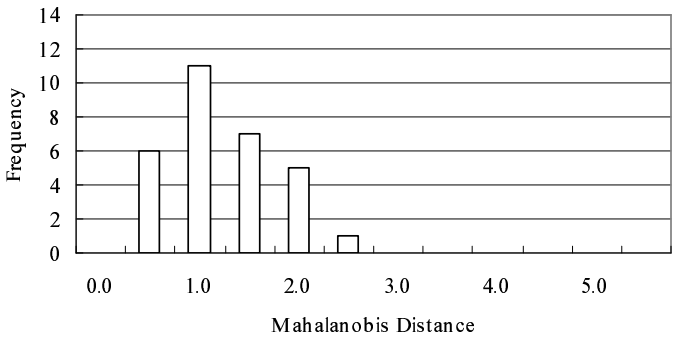

図 10: 最適化後の単位空間のヒストグラム（データ数 30）．

を求め，結果を図 10 に示す．このヒストグラムを図 8 と比較すると，1.0 にあったピークは低くなっているが，明らかにデータが中心へ集まったことが分かる．

要因効果図では，2 cup から 5 cup までの変数 M_n とそれぞれのマハラノビス距離 $\sqrt{D_n}$ が比例関係を示すという仮定のもとに計算された結果であるため，2 cup 以降のヒストグラムにおいての容量の識別度合いを確認する．最適化前の 1 cup から 5 cup のヒストグラムを図 11 に，最適化後の 1 cup から 5 cup のヒストグラムを図 12 にそれぞれ示す． ヒストグラムを比較すると，明らかに容量の違いによる差が大きくなっていることが分かる．特に 3 cup と 4 cup は最適化前では区別が難しかったが，最適化後には明確に差異が出ていることが分かる．これは調理対象の熱容量による違いがはっきりとマハラノビス距離に現れていること示している．

これらの実験結果より，容量の違いに対してマハラノビス距離 D_n は十分に大きな差が出ており，本研究の提案手法によって容量同定が高精度に行えることが分かる．

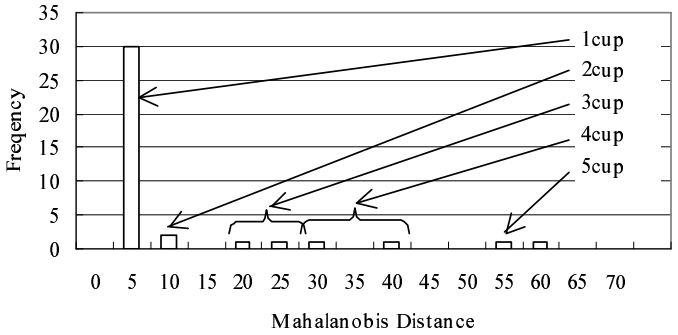

図 11: 最適化前のヒストグラム (1 cup から 5 cup) .

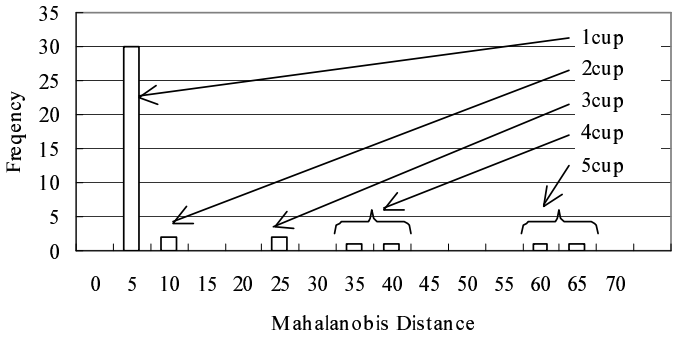

図 12: 最適化後のヒストグラム (1 cup から 5 cup) .

5 まとめ

本研究では，認識，検査，診断などに適用され成果をあげている MT システムを調理材料の熱容量同定に適用し，実験によってその効果を確認した．また調理機器の電気回路モデルを作成し，簡単な実験をもとにその妥当性を確認し，単位空間の作成に利用した．本研究の提案手法は，実験と経験によって作成された選択テーブルを用いる従来の方法に対して，定量化が可能であり精度も高められることが分かった．さらに本研究の方法では出力データを直接空間として扱うため，非線形性などのモデル化の困難さを避けることができ，一般的なシステム同定で必要とされる入力信号の制約などにも影響されないために，実用上有効であると考える．

今後は，応用範囲を広げるために更に複雑な対象や応答の速い機械システムへの適用や実用上避けることが出来ないノイズに対してロバスト性を持った計測項目の選択方法の考案などに取り組む必要がある．

参考文献

[1] Taguchi, G. and Jugulum, R. : The Mahalanobis-Taguchi Strategy – A pattern technology system, John Wiley & Sons (2002)

[2] Jugulum, R. and Monplaisir, L. : Comparison between Mahalanobis–Taguchi System and Artificial Neural Networks; Journal of Quality Engineering, Vol. 10, No. 1, pp. 60–73 (2002)

[3] 長尾 光悦，山本 雅人，鈴木 恵二，大内 東：表情識別に対する MTS 法の適用；電学論 C，Vol. 120, No. 8, pp. 1157–1164 (2000)

[4] 鈴木 新，杉本 謙二：マハラノビスの距離と熱流の動特性計測を用いた断熱品質評価システム；システム制御情報学会論文誌，Vol. 19, No. 4, pp. 150–156 (2006)

[5] 中島 尚登，高田 圭，矢野 宏，柴本 由香，高木 一郎，山内 眞義，戸田 剛太郎：健康診断データを用いた MTS 法による予測の研究 – 今年の健康から来年の健康を予測する方法– ；品質工学，Vol. 7, No. 4, pp. 49–57 (1999)

[6] 江崎 和博，山田 茂，高橋 宗雄，日原 圭祐：ソフトウェア設計過程の信頼性に影響を及ぼす人的要因の品質工学的アプローチ；電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J83-A, No. 7, pp. 875–882 (2000)

[7] 足立 修一：ユーザのためのシステム同定理論；コロナ社 (1993)

[8] 田口 玄一：品質工学の数理；日本規格協会 (1999)

[9] 小林 幹，稲村 實，井出 英人：電気回路の動的解析；森北出版 (1992)

[10] 田 才忠，藤井 隆雄：半導体製造における熱プロセスの非線形システム同定と制御；システム制御情報学会論文誌，Vol. 14, No. 3, pp. 124–130 (2001)

[11] 鈴木 新，杉本 謙二：タグチメソッドによる組み込み温度制御システムのロバスト PID パラメータ設計；電学論 D，Vol. 126, No. 12, pp. 1660–1666 (2006)